

نشاط

1. حل في \mathbb{R} ثم في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلة: $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. حل في \mathbb{R} ثم في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلة: $\cos x = \frac{-1}{2}$

تمرين 1:

1. أحسب $\sin \frac{5\pi}{12}$ و $\cos \frac{5\pi}{12}$
2. أحسب $\sin \frac{\pi}{12}$ و $\cos \frac{\pi}{12}$
3. أحسب $\sin \frac{7\pi}{12}$ و $\cos \frac{7\pi}{12}$
4. بين أن: $\cos x = \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

تمرين 2: بين أن:

$$\sin \left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin \left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin x = 0$$

تمرين 3:

- علما أن: $0 < a < \frac{\pi}{2}$ و $0 < b < \frac{\pi}{2}$ و $\cos a = \sin b = \frac{1}{2}$
1. أحسب $\sin a$ و $\cos b$
 2. أحسب $\sin(a+b)$

- تمرين 4: أحسب $\cos \frac{\pi}{8}$ و $\sin \frac{\pi}{8}$ و $\tan \frac{\pi}{8}$ (لاحظ أن $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$)

- تمرين 5: باستعمال $\cos \frac{\pi}{6}$ أحسب $\cos^2 \frac{\pi}{12}$ ثم استنتج $\cos \frac{\pi}{12}$

- تمرين 6: علما أن: $\sin x = \frac{1}{3}$ و $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

أحسب $\sin 2x$ و $\cos 2x$

- تمرين 7: علما أن: $\tan x = -\frac{1}{2}$

أحسب $\tan 2a$ و $\sin 2a$ و $\cos 2a$

- تمرين 8: بين أن: $\forall x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$

تمرين 9: بين أن:

$$\cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2 x - \frac{3}{4}$$

تمرين 10: بين أن:

$$1 + \cos 2x + 2 \cos x = 2 \cos x \times (1 + \cos x) \quad .1$$

$$1 - \cos 2x + 2 \sin x = 2 \sin x \times (1 + \sin x) \quad .2$$

$$\cos^3 x = \frac{1}{4} \times (\cos 3x + 3 \cos x) \quad .3$$

تمرين 11:

1. بين أن: $\forall x \in \mathbb{R} \sin(3x) = \sin x \times (3 - 4 \sin^2 x)$

2. استنتج أن: $4 \sin x \times \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \sin \left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sin(3x)$

تمرين 12:

أحسب $\tan \frac{7\pi}{12}$ و $\tan \frac{5\pi}{12}$

تمرين 13: ليكن α عنصرا من المجال $\left]0; \frac{\pi}{6}\right[$

$$\tan(3\alpha) = \frac{\tan^3 \alpha - 3 \tan \alpha}{3 \tan^2 \alpha - 1} \quad \text{بين أن:}$$

تمرين 14: حل في \mathbb{R} ثم في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلة:

$$\cos x - \sqrt{3} \sin x = -1$$

تمرين 15:

1. تحقق أن: $\cos \frac{3\pi}{10} = \sin \frac{2\pi}{10}$

2. بين أن: $\cos 3x = \cos x \times (1 - 4 \sin^2 x)$

3. استنتج قيمة كل من $\cos \frac{\pi}{10}$ و $\sin \frac{\pi}{10}$

4. بين أن: $\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{1}{8} (\sqrt{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}} - \sqrt{5} + 1)$

(لاحظ أن $\frac{7\pi}{30} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{10}$)